.

Методико-педагогический анализ темы «**Алгебра высказываний. Основные логические операции. Решение задач с помощью алгебры логики»** в аспекте межпредметных связей информатики и математики.

Содержание.

Введение.

* + Межпредметные связи.

Методико-педагогический анализ темы.

* + Место темы в курсе информатики.
  + Психологические аспекты темы.

Заключение.

Список литературы.

**Введение.**

Знание только тогда знание, когда оно обретено

усилиями своей мысли, а не памятью.

Л. Толстой.

Наука логика – особый самобытный мир со своими законами, идеализациями, традициями, спорами и т. д. То, о чём она говорит, знакомо и близко каждому. Но войти в её мир, почувствовать его внутреннюю согласованность и динамику, проникнуться его своеобразным духом непросто. Подавляющее большинство людей размышляют и рассуждают, не обращаясь за помощью к особой теории и не рассчитывая на эту помощь. Некоторые склонны даже считать своё мышление естественным процессом, требующим анализа и контроля не более, чем, скажем, дыхание или ходьба. Разумеется, это заблуждение. Наше стихийно сложившееся и неосознаваемое умение мыслить не всегда логически возможно. Все мы умеем говорить правильно, но это не делает ненужным изучение грамматики. Логическая интуиция нуждается в прояснении не меньше, чем грамматическая.

Человек постоянно стремится расширить свои знания и обогатить память. Но, как сказал ещё древнегреческий философ Гераклит, многознание не научает мудрости. Мудрость – в знании оснований и причин. И в особенности логических оснований принимаемых положений. Без способности обосновывать имеющие убеждения нет подлинного и твёрдого знания.

Старый символ мудрости – сова. В Древней Греции она считалась спутницей богини Афины Паллады, помогающей человеку в работе и в сражениях и олицетворяющей мудрость. Вряд ли сова умнее других птиц. Но старый символ остался, и осталась глубокая мысль, что мудрость – это не просто обширные знания, но прежде всего умение рассуждать.

Выбор данной темы обусловлен интересом к познавательному процессу, глубокими связями с математикой и красотой совершенных форм умозаключений.

Межпредметные связи.

Данная тема отражает связи логики с такими науками, как информатика, русский язык, математика. В каждом отдельном случае рассматриваются свои аспекты.

1. Логика и информатика.

Содержание темы входит в курс информатики, где алгебра логики выступает как аппарат работы ЭВМ – мысль машины. При конструировании устройств компьютера используют электронные комбинационные схемы. Комбинационная схема – это устройство, которое имеет входящие и выходящие провода. Сигнал на выходе зависит от комбинации сигналов на входе. Работа комбинационной схемы с одним выходом полностью описывается булевой функцией. Если несколько выходов, то имеем несколько булевых функций.

x

y F (x, y, z)

z

Используют элементарные комбинационные схемы:

**~**

**∨**

**∧**

Параллельному соединению проводников соответствует дизъюнкция. Последовательному соединению проводников соответствует конъюнкция. **Если ток проходит, то на выходе имеем – и (1), иначе, на выходе – л (0)**. Таким образом, каждой схеме можно сопоставить формулу алгебры логики.

2. Логика и математика.

Предметом изучения математики являются элементы окружающего мира с точки зрения их форм и количества. Логика даёт надёжные методы для определения свойств предметов и для построения доказательств теорем. Аксиоматический метод построения теории является стержнем построения математики. Необходимые и достаточные условия, опровержение теорем, построение обратной теоремы, противоположной, противоположной обратной – всё это неотъемлемая часть изучения математики.

3. Логика и русский язык.

Понятие высказывания содержит в себе понятие грамматически верного предложения. Логические связки «и», «или», «не» эквивалентны союзам (и, или) и частице (не) в русском языке. Формализация высказывания с естественного языка на язык формул подчёркивает структуру сложного предложения. Умение за формулой увидеть различные по содержанию предложения русского языка подтверждает значимость логики. Приведём таблицу перевода некоторых (наиболее часто встречающихся) выражений естественного языка на символический язык алгебры логики.

|  |  |
| --- | --- |
| Форма высказывания естественного языка | Формула логики |
| Не А; неверно, что А; А не имеет места | ~ A |
| А и В; как А, так и В; не только А, но и В; А вместе с В; А, несмотря на В; А, в то время как В | A & B |
| А, но не В; не В, а А | A & ~B |
| А или В; А, или В, или оба; либо А, либо В; А либо В; А, разве что В | А ∨ В |
| Не А, разве что не В; либо не А, либо не В | ~А ∨ ~В |
| Либо А, либо В и С; А, разве что В и С | А ∨ В&C |
| Либо А и В, либо С и D | A&B ∨ C&D |
| Если А, то В; В, если А; А только, если В; А только тогда, когда В; А достаточно для В; А только при условии что В; В необходимо для А; А, значит В; для В достаточно А; А влечёт В; для А необходимо В; все А есть В; из А следует В; В тогда, когда А | А → В |
| А эквивалентно В; А тогда и только тогда, когда В; А если и только если В; А необходимо и достаточно для В | А ↔ В |

**Методико-педагогический анализ темы.**

Место темы в курсе информатики.

В курсе информатики 11 класса на данную тему отводится 12 часов. В этот объём часов нужно «уложить» основные понятия логики высказываний, логические схемы, преобразование формул, решение логических задач.

Цели и задачи темы.

1. Обучающая цель:

а) познакомить учащихся 11 класса с элементами логики;

б) показать применение логических схем в работе компьютера;

в) показать решение содержательных, логических задач.

2. Развивающая цель:

а) развитие словесно-логического мышления;

б) развитие операций мышления: анализ; синтез; обобщение; абстрагирование; классификация и т. д.;

в) развитие творческого мышления.

3. Воспитывающая цель:

а) воспитание последовательного, доказательного рассуждения;

б) воспитание критичности мышления;

в) пробуждение интереса к русскому языку и математике.

В свете поставленных целей возникают следующие задачи.

При отборе материала.

1. При формализации высказываний естественного языка использовать литературные источники.

2. При раскрытии логических связок использовать примеры из математики.

3. Показать построение умозаключений на примерах различных наук, доказывая тем самым универсальность правил вывода.

При организации учебной деятельности по данной теме.

1. Учитывать уровень и возможности учеников.

2. Сделать акцент на самостоятельную работу учащихся.

3. Разумно организовать работу учащихся за компьютером, учитывая специфику темы.

4. Лабораторные работы учащихся должны быть построены по строгой, логической системе по возрастанию сложности и не выходить за временные рамки урока.

Психологические аспекты темы.

1. Мышление.

# Своеобразие подхода логики к исследованию мышления в том, что оно интересует её с точки зрения своего *содержания* и в особенности той *формы*, в которой выступает это содержание. Физические, химические и т. п. процессы, происходящие в коре головного мозга в процессе мышления, остаются при этом в стороне. Для учащихся данный процесс представляет новый вид мыслительной деятельности. Они «смотрят» на мысль.

2. Работа с машиной.

Сам процесс работы с ЭВМ индивидуален. В силу вступают совсем другие отношения.

## Ученик

## Учитель

## Компьютер

Находящийся в классе среди сверстников ученик не чувствует своего «одиночества» перед поставленной проблемой. Рядом с компьютером, в контексте поставленных учителем задач, ученик чувствует «одиночество», «беспомощность», что вызывает страх, отчуждение. Некоторые ученики не любят работать самостоятельно за компьютером.

3. Особенности работы со старшеклассниками:

а) учащиеся 10, 11 классов имеют, сложившиеся за годы учёбы, интересы к определённым предметам, что повышает их активность на уроках;

б) осознанное стремление учащихся к познанию создаёт атмосферу творческого поиска на уроках, что заставляет учителя более тщательно готовить материал;

в) проникновение компьютеров практически во все сферы деятельности активизирует интерес учеников к предмету.

**Система уроков по данной теме.**

Поурочное планирование темы.

1. Рассмотрим тематическое планирование темы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Тема. | Кол-во часов. |
| 1. | Понятие высказывания. Логические связки. Сложные высказывания. | 1 час |
| 2. | Таблицы истинности формул. Логические схемы. | 2 часа |
| 3. | Логические законы. Умозаключение. | 2 часа |
| 4. | Преобразование формул. | 2 часа |
| 5. | Необходимые и достаточные условия. | 1 час |
| 6. | Решение логических задач. | 3 часа |
| 7. | Контрольная работа. | 1 час |

2. Поурочное планирование темы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Тема урока. | Практические и лабораторные. |
| 1. | Понятие высказывания, логические связки. Практическая работа №1. | Построение общей таблицы истинности логических функций. |
| 2. | Порядок действий в формуле. Таблица истинности формулы. |  |
| 3. | Лабораторная работа №1. | Логические схемы. |
| 4. | Логические законы. Практическая работа №2. | Доказательство логических законов. |
| 5. | Умозаключения. Модусы.  Лабораторная работа №2. | Построение умозаключений. |
| 6. | Равносильности алгебры логики. Практическая работа №3. | Доказательство равносильности формул. |
| 7. | Преобразование формул. |  |
| 8. | Необходимые и достаточные условия.  Лабораторная работа №3. | Построение импликаций. |
| 9. | Решение простейших логических задач. |  |
| 10. | Решение задач, которые сводятся к виду  СДНФ и КНФ. |  |
| 11. | Обучающая самостоятельная работа. | Решение задач. |
| 12. | Контрольная работа. |  |

Конспекты уроков.

Рассмотрим более подробно два урока: первый – «понятие высказывания, логические связки»; восьмой – «необходимые и достаточные условия». Такой выбор продиктован следующими причинами:

— первый урок вводный;

— восьмой урок для меня, как математика, представляет особый интерес.

Тема урока **«Понятие высказывания, логические связки».**

Цели урока.

1. Обучающая: дать понятие высказывания; определить структуру сложного высказывания с помощью логических связок; определить таблицы истинности логически функций.

2. Развивающая: пополнить знания учащихся новыми историческими сведениями; развитие словесно-логического мышления; развитие операций мышления, гибкости ума.

3. Воспитывающая: точность, однозначность формулировок воспитывает культуру речи, культуру ума.

Структура урока.

Урок состоит из трёх этапов: вводного; основного; практического. На первом этапе определяется понятие логики, высказывания, переменной и её значения. На втором этапе вводятся логические связки. На третьем этапе учащиеся строят обобщённую таблицу истинности логических функций.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Этапы. | Ход урока. | Анализ. |
| 1.Этап. Вводный. | 1. Несколько слов из истории логики. Логика возникла в 4. до н. э. в Древней Греции. Её основателем является древнегреческий философ Аристотель (384-322 гг. до н. э.). В истории логики отчётливо выделяются два этапа. Первый – от древнегреческой логики до возникновения в прошлом веке современной логики. Второй – с этого времени до наших дней. Первый этап именуется *традиционной логикой*, второй этап – *современной логикой*. Современную логику нередко называют математической логикой, подчёркивая тем самым своеобразие новых её методов в сравнении с использовавшимися ранее. Широкое использование символических средств послужило основанием для того, что новую логику стали называть также *символической*.  2. **Логика – это наука о законах и операциях правильного** **мышления.**  3. Основным понятием логики является высказывание. **Высказывание – это повествовательное простое** **предложение, имеющее вполне определённое значение истинности: «истина» или «ложь»**. Высказывания называются переменными и обозначаются латинскими буквами: a, b, c и т. д. В информатике принято считать «истина»-1, «ложь»-0. | 1. Определили предмет изучения и основные понятия.  2. Ввели обозначение простого предложения, что является переходом к алгебре логики. |
| 2. Этап.  Основной. | 1. Сложные высказывания строятся из простых с помощью логических связок. Рассмотрим их.  2. **Конъюнкция** – соединительная связка «и»: а и b. Обозначения: &, ∧. Конъюнкция истинна, когда оба входящих в неё высказывания истинны. Для конъюнкции безразличен порядок, в каком берутся соединяемые ею высказывания. На языке формул: a & b. Рассматривается таблица истинности высказывания a & b.  3. **Дизъюнкция –** разделительная связка «или»: а или b. Обозначения: ∨ . Дизъюнкция истинна, когда хотя бы одно из входящих высказываний истинно. На языке формул: a ∨ b. Рассматривается таблица истинности высказывания a ∨ b.  4. **Импликация** – условная связка «если а, то b» (→ ). Импликация истинна в трёх случаях: когда основание и следствие истинны; когда основание ложно, а следствие истинно; когда основание и следствие ложны. Формула:  a → b. Рассматривается таблица истинности высказывания a → b.  5. **Эквивалентность** – связка «а если и только если b»  (↔). Эквивалентность истинна, когда два приравниваемых высказывания оба истинны или оба ложны. Формула:  a↔b. Рассматривается таблица истинности высказывания  a ↔ b.  6. **Отрицание** – связка «неверно, что а» (~). Отрицание истинно, когда отрицаемое высказывание ложно. Формула: ~a. Рассматривается таблица истинности высказывания ~a. | 1. Определили связки, таблицы истинности.  2. Учащиеся самостоятельно привели примеры сложных высказываний, заметили связь с русским языком (построение предложений).  3. Поработали над построением формул. |
| 3. Этап.  Практическая работа №1. | Учащимся предлагается построить обобщённую таблицу истинности логических связок. Выбор среды произвольный (Word, Excel). | 1. Ученики справились с заданием. Задание простое.  2. Большинство работали в Excel.  3. На данном этапе учащиеся обобщили материал. |

Домашнее задание: придумать примеры сложных высказываний.

Итоги урока.

1. Подготовили почву для дальнейшего изучения темы.

2. Ученики поработали за компьютером.

3. Совершили первые попытки формализации предложений с естественного языка на язык логики.

Тема урока **«Необходимые и достаточные условия».**

Цели урока.

1. Обучающая: понятие необходимых и достаточных условий; формулировка импликации с помощью слов «необходимо» и «достаточно»; применение импликации к построению теорем.

2. Развивающая: гибкость мышления; построение умозаключений; развитие словесно-логического мышления; развитие математической культуры, творческого мышления.

3. Воспитывающая: культура речи; правильность рассуждений.

Структура урока.

Урок состоит из трёх этапов: вводного; основного; практического.

1. Этап. Актуализация опорных знаний.

Ученикам предлагается серия вопросов на понимание структуры импликации. Запишите в виде импликации следующие высказывания: «А, если В»; «А тогда, когда В»; « А, если только В»; «А только тогда, когда В»; «А тогда и только тогда, когда В». Ответы: В → А; В → А; А → В; А → В; А ↔ В.

На данном этапе ученики повторили понятие импликации и определили разницу между импликацией и эквивалентностью.

2. Этап. Необходимые и достаточные условия.

### А → В

Достаточно Необходимо.

1. Из схемы видно, что если о каком-то утверждении сказано, что оно является **достаточным** условием, то это утверждение является посылкой импликации и, значит, записывается **слева** от знака импликации. Если же об утверждении сказано, что оно является **необходимым** условием, то это утверждение является заключением импликации и, следовательно, записывается **справа** от знака импликации. А достаточное условие для существования В, В необходимое условие для существования А.

#### А необходимо и достаточно для В – соответствует формуле

##### А ↔ В.

# Представьте высказывания в виде импликации: «для деления числа на 3 достаточно, чтобы сумма цифр делилась на 3»; «для чётности числа необходимо, чтобы оно делилось на два».

2. Использование импликации в изучении теорем. Дана теорема «Вертикальные углы равны». Представим эту теорему в виде импликации и построим для данной теоремы обратную, противоположную, противоположную обратной. Имеем:

а) если углы вертикальные, то они равны – прямая;

б) если углы равны, то они вертикальные – обратная;

в) если углы не вертикальные, то они не равны – противоположная;

г) если углы не равны, то они не вертикальные – противоположная обратной.

Для четырёх теорем справедливо: пара а) и г) одновременно истинны или ложны; пара б) и в) одновременно истинны или ложны. Поэтому в математике для доказательства теорем достаточно доказать только прямую и обратную ей.

3. Этап. Лабораторная работа №3.

Учащимся предлагается выполнить два задания.

№1. Записать в виде импликации высказывания:

1. Если светит солнце, то для того, чтобы не было дождя достаточно, чтобы дул ветер.

2. Неверно, что если дует ветер, то солнце светит только тогда, когда нет дождя.

3. Чтобы погода была солнечной, достаточно, чтобы не было ни ветра, ни дождя.

4. Если ветра нет, то для дождя необходима пасмурная погода.

С = «светит солнце», В = «дует ветер», Д = «идёт дождь», П = «погода пасмурная».

№2. Построить теоремы и определить их истинность:

« Сумма углов треугольника равна 180 градусов».

Домашнее задание: придумать импликации со словами «необходимо», «достаточно».

Итоги урока.

1. Обобщение импликации.

2. Связь логики с математикой.

3. Урок построен на базе основных понятий логики.

Система контрольных и лабораторных работ.

По данной теме три практических работы, три лабораторных работы и контрольная работа по всей теме. Лабораторная работа №3 рассмотрена в конспекте урока (см. выше). Более подробно остановимся на контрольной и на первых лабораторных работах.

Лабораторная работа №1.

Тема «Логические схемы».

1. Выясните, соответствует ли схема составленной формуле:

~x

(~x ∨ ~y)&(x ∨ y).

x ~y

y

~C (~A ∨ ~C)&(B ∨ C).

~A

B C

2. Составьте таблицу истинности по схеме:

X

X Y

~X ~Z

3. По таблице состояния определите, когда по схеме идёт сигнал:

A ~B

B

~C

Учащиеся составляют письменный отчёт в выбранной среде и сохраняют в удобном для проверки месте (либо на диске С в нужной папке, либо на диске А).

Лабораторная работа №2.

Тема «Построение умозаключений».

1. Определить, верно ли умозаключение:

Если будет потепление погоды, то пойдёт снег. Потепления не будет.

Снега не будет.

Если будет потепление погоды, то пойдёт снег.

###### Наступит потепление.

Пойдёт снег.

Если будет потепление погоды, то пойдёт снег. Снег не пойдёт.

Потепления не будет.

Значение функции либо больше 0, либо равно 0. Значение функции равно 0.

Значение функции больше 0.

Число является чётным или оно не делится на два. Число не является чётным.

Число делится на два.

2. Привести свои примеры на применение двух любых модусов.

Учащиеся составляют письменный отчёт в выбранной среде и сохраняют в удобном для проверки месте (либо на диске С в нужной папке, либо на диске А).

Контрольная работа.

1. Переведите на язык алгебры логики высказывание: «Дождь идёт толь тогда, когда погода пасмурная и безветренная. Но дождя нет. Значит, погода либо солнечная, либо пасмурная и ветренная».

2. Упростите формулу и постройте таблицу истинности:

~(~(B∨ C) ∨ ~(A∨C) ∨ A&B).

3. Соответствует ли схема формуле:

K L M

С

~M ~L ~K C & (M & L & K) & (~M ∨ ~K)

4. Проверить правильность умозаключения.

Известно, что Петя купил либо астры, либо гладиолусы. Известно также, что если он купил астры, то он купил и гладиолусы. Вывод: Петя купил гладиолусы.

Примечание. В данной работе я предложила только один вариант текстов лабораторных и контрольной, так как компьютерный класс позволяет мне посадить каждого ученика за отдельную машину с учётом, что 11 класс разделён на две группы.

**Заключение.**

После 12 часов работы над темой трудно судить о степени её усвоения учащимися. Тем не менее, сделано достаточно, чтобы у учащихся сложилось начальное представление об алгебре логики высказываний. Зафиксируем некоторые важные выводы.

1. В процессе учебной деятельности чётко прослеживались межпредметные связи. А именно, связь с русским языком через формализацию сложных высказываний с помощью логических связок, связь с математикой через методы построения умозаключений. Также учащиеся увидели связи с другими предметами через содержание формул.

2. Высокая насыщенность логических упражнений сделала процесс познания более продуктивным.

3. Построение логических схем позволило понять принцип действия двоичного полусумматора, одноразрядного сумматора, параллельного сумматора для сложения двух четырёхразрядных двоичных чисел.

4. Мало поработали над построением умозаключений, совсем выпали из поля зрения категорические высказывания.

5. Решение содержательных логических задач оказалось самым трудным разделом.

6. После анализа проделанной работы появилась мысль о проведении некоторых факультативных занятий по двум направлениям: история развития логики; аксиоматический метод построения теории.

Искусство правильно мыслить предполагает не только логическую последовательность, но и многое другое. И прежде всего стремление к истине, интеллектуальную честность, творчество и смелость, критичность и самокритичность ума, его неуспокоенность, умение опереться на предшествующий опыт, выслушать и принять другую сторону, если она права, способность аргументированно отстаивать свои собственные убеждения и т. д. Без этих качеств нет плодотворного мышления и о них можно было бы сказать ещё многое.

**Список литературы.**

1. И. Г. Семакин и др. «Информатика. Базовый курс». М., 2000 г.

2. А. А. Ивин «Логика». М., 1996 г.

3. А. А. Ивин «Искусство правильно мыслить». М., 1990 г.

4. Д. П. Горский и др. «Краткий словарь по логике». М., 1991 г.

5. А. В. Авербух и др. «Изучение основ информатики и вычислительной техники. Пособие для учителя». М., 1992 г.

6. В. В. Мадер «Школьнику об алгебре логики». М., 1993 г.

7. А.Арно и П.Николь «Логика, или искусство мыслить». М., 1991 г.

8. С.В.Симонович и др. «Общая информатика». М., 2000 г.

9. С.В.Симонович и др. «Практическая информатика». М., 2000 г.

10. С.В.Симонович и др. «Специальная информатика». М., 2000 г.

11. С.В.Симонович и др. «Windows 98». М., 2000 г.